

Matriz de Avaliação de Matemática Avançada

O teste de matemática avançada da Primeira Escolha tem por objetivo avaliar o preparo das pessoas que a realizam para cursar programas de ensino que requerem conhecimentos do Cálculo Diferencial e Integral, das Equações Diferenciais, da Álgebra Linear, da Estatística e das Probabilidades. O nível de exigência corresponde a disciplinas típicas de graduação nas áreas de exatas.

A seguir, apresentam-se os requisitos de conteúdo, referências bibliográficas, alguns exemplos de enunciados de questões do exame com alguns comentários.

Especificamente o teste MAT20 apresenta 20 questões com as seguintes proporções de conteúdos:

Conteúdo	Proporção
Cálculo Diferencial (análise funções, cálculo de limites e cálculo de derivadas)	50%
Cálculo Integral (cálculo de integrais definidas e/ou indefinidas)	10%
Álgebra Linear (autovalores e autovetores)	10%
Probabilidade (teoria dos conjuntos e cálculo de probabilidades)	20%
Estatística (variáveis aleatórias e distribuições de probabilidades)	10%

Referências Bibliográficas

Apostol, T.M., Calculus, Vols. 1 e 2, 2nd ed., John Wiley, New York, 1969; Stewart, J. Cálculo. Vols.I and II, 4a. ed., Pioneira-Thomson Learning.

Guidorizzi, H.L., Um curso de cálculo, Vols. 2 e 3, Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1989. Domingues, H.H. et al. Álgebra Linear e Aplicações. 7ª. ed. Reformulada. São Paulo, Editora Atual, 1990; Poole, D. Álgebra Linear. São Paulo, Pioneira Thompson Learning, 2004.

Boyce, W.E. e DiPrima, R.C., Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno, 7ª ed., LTC, Rio de Janeiro, 2001;

Braun, M., Differential Equations and Their Applications, 4a ed., Springer-Verlag, New York, 1993; Ross, S. L., Differential equations, 2nd ed., John Wiley, New York, 1974.

Devore, J. L. Probability and Statistics for Engineering and the Sciences. 6. ed. Southbank: Thomson, 2004.

Ross, M. S. Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists. 2. ed. Harcourt: Academic Press, 1999.

Costa Neto, P. L. O. Estatística. São Paulo: Edgard Blücher, 2000

Mood, A. M. et al. Introduction to the theory of statistics. 3. ed. New York, NY: McGraw-Hill, 1974

Descritores e respectivos exemplos de enunciados de questões.

As questões sobre Cálculo Diferencial avaliam os conhecimentos dos candidatos conforme descritores a seguir:

- Determinar as raízes de uma função polinomial a partir de uma raiz dada.
- Determinar um ponto de máximo local de uma função polinomial.
- Determinar um ponto de mínimo local de uma função polinomial.
- Determinar o ponto de inflexão de uma função polinomial.
- Avaliar uma afirmação sobre o gráfico de uma função polinomial.

No quadro abaixo, constam alguns exemplos de enunciados relacionados a eles.

Considere a função

$$f(x) = -x^3 + 6x^2 + 15x - 20$$

Questão 1. Sabendo que $x = 1$ é uma raiz de $f(x)$, qual das opções a seguir é verdadeira para a(s) outra(s) raiz(es) desta função que é(são) diferente(s) desta?

(As alternativas apresentam intervalos em que as raízes $x_1 = \frac{5+\sqrt{105}}{2} \cong 7,62$ e $x_2 = \frac{5-\sqrt{105}}{2} \cong -2,62$ podem estar localizadas).

Questão 2. A função admite um ponto de máximo local no intervalo:

(As alternativas apresentam intervalos em que o ponto $x = 5$ pode estar inserido.)

Questão 3. A função admite um ponto de mínimo local no intervalo:

(As alternativas apresentam intervalos em que o ponto $x = -1$ pode estar inserido.)

Questão 4. A função admite um ponto de inflexão no intervalo:

(As alternativas apresentam intervalos em que o ponto $x = 2$ pode estar inserido.)

Questão 5. O gráfico da função é:

1. Possível opção correta: *estritamente crescente no intervalo*] - 1; 5[
2. Possível opção correta: *estritamente decrescente no intervalo*] - ∞ ; -1[
3. Possível opção correta: *estritamente decrescente no intervalo*]5; + ∞ [
4. Possível opção correta: *convexa no intervalo*] - ∞ ; 2[
5. Possível opção correta: *côncava no intervalo*]2; + ∞ [

Questões sobre Álgebra Linear podem avaliar descritores como a seguir:

- Determinar os autovalores de uma matriz 2x2 ou 3x3.
- Determinar os autovetores de uma matriz 2x2 ou 3x3.
- Verificar se um valor é autovalor de uma matriz 3x3.
- Verificar se um vetor é autovetor de uma matriz 3x3.
- Resolver a equação $\det(B - \lambda I)$ para B uma matriz 3x3.

No quadro abaixo, constam alguns exemplos de enunciados relacionados a eles.

Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Questão 1. Os autovalores de A são:

(As alternativas apresentam pares de números, uma delas é "-1 e 2".)

Questão 2. Um autovetor de A é:

(As alternativas apresentam vetores, um deles pode ser (1,2).)

Questões sobre Limites podem avaliar descritores como a seguir:

- Calcular o limite de uma função em uma singularidade.
- Calcular o limite de uma função envolvendo infinitos.

No quadro abaixo, constam alguns exemplos de enunciados relacionados a eles.

Questão 1. O limite

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3}$$

é igual a

(A) 3

(B) 9

(C) 27

(D) 81

Correta: C

Questão 2. O limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\pi}{n}\right)^n$$

é igual a

(A) e^π

(B) π^e

(C) $e^{\frac{1}{\pi}}$

(D) $\pi^{\frac{1}{e}}$

Correta: A

Questões sobre Integrais e Equações Diferenciais podem avaliar descritores como a seguir:

- Resolver e analisar as propriedades de uma solução de uma EDO de 1ª ordem.
- Calcular uma integral definida ou imprópria.

No quadro abaixo, constam alguns exemplos de enunciados relacionados a eles.

Questão 1. Considere a equação diferencial:

$$(x + 3y) - x \frac{dy}{dx} = 0$$

Se $y(2) = 7$, então

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{y(x)}{x^3}$$

é igual a

(A) 0

(B) 1

(C) 3

(D) 6

Correta: B

Questão 2.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$$

é igual a

(A) 0

(B) 1

(C) π

(D) e

Correta: C

Questões sobre Probabilidades e Estatística podem avaliar descritores como a seguir:

- Calcular probabilidades de eventos descritos abstratamente.
- Calcular probabilidades em problemas envolvendo sorteios.
- Analisar probabilidades de variável aleatória com distribuição normal.

No quadro abaixo, constam alguns exemplos de enunciados relacionados a eles.

Questão 1. Se A , B e C são eventos cuja união é o espaço amostral universal Ω , tem-se

- $P(A) = 55\%$
- $P(B) = 60\%$
- $P(C) = 60\%$
- $P(A \cap B) = 30\%$
- $P(A \cap C) = 20\%$
- $P(B \cap C) = 35\%$

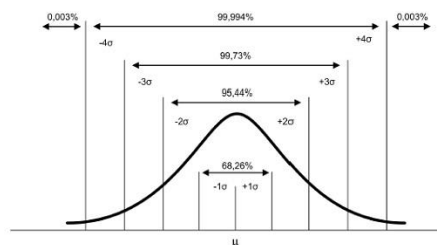
A probabilidade de $A \cap B \cap C$ é igual a

- (A) 5%
- (B) 10%
- (C) 15%
- (D) 20%

Correta: B

Questão 2. Para esta questão, utilize como referência as informações da imagem ao lado.

Um estatístico que pratica corridas coletou os dados de seus tempos para percorrer 5km no último ano e constatou que apresentam o comportamento aproximado de uma variável



aleatória com distribuição normal de média 25 minutos e desvio padrão de 30 segundos. Ele irá participar de uma competição na qual deseja correr os 5km em 24 minutos ou menos. Se os possíveis desempenhos do estatístico na competição tiverem esta mesma distribuição, a probabilidade de ele conseguir um tempo dentro de seu objetivo está no intervalo de

- (A) 0% a 5%
- (B) 5% a 10%
- (C) 10% a 15%
- (D) 15% a 20%

Correta: A